

פתרון תרגיל בית 3שאלה 1

זמן כך שזמן הסיום הכולל יהיה מינימלי (Flow Shop: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$), מהו זמן הסיום?

j	1	2	3	4	5	6	7
t ₁	8	7	9	5	8	9	6
t ₂	4	5	3	4	6	5	2
t ₃	9	8	7	6	9	8	7

פתרון

j	1	2	3	4	5	6	7	Σ t _i
t _{Aj}	8	7	9	5	2	9	6	52
t _{Bj}	4	5	3	4	6	5	2	29
t _{Cj}	9	8	7	6	9	2	7	54

? C_{max} F: A → B → C

L_B = Σ t_{Aj} + min {t_{Bj} + t_{Cj}} = 52 + 9 = 61

L_B = Σ t_{Aj} + min {t_{Bj} + t_{Cj}} = 29 + 5 + 7 = 41

L_B = Σ t_{Aj} + min {t_{Bj} + t_{Cj}} = 54 + 8 = 62

L_B = max {L_{Ba}, L_{Bb}, L_{Bc}} = 62 = (C_{max})

max {t_{Aj}} ≤ min {t_{Bj}} נאן איזה >

- עשה טבלת זמנים ב (טבל) ונסתה אם נבדיל כי ולקבל
- עובד מניחה.

j	1	2	3	4	5	6	7
t _{Aj}	12 ^a	17 ^c	12	9 ^a	14	14	8 ^a
t _{Bj}	13	13	10 ^b	10	15	13 ^b	9

7 → 4 → 1 → 2 → 5 → 6 → 3 : פת

C_{max} = 64

j	7	4	1	2	5	6	3
C _a	6	11	19	26	34	43	52
C _b	8	15	23	31	40	48	55
C _c	15	21	32	40	49	57	64

C_{max} = 64

שאלה 2:

נתונים הג'ובים הבאים אשר צריכים לעבור עיבוד על 2 מכונות. משטר הזימון הנהוג הוא flow shop, כלל הג'ובים מגיעים למערכת בזמן 0. להלן זמני העיבוד הנדרשים:

J	1	2	3	4	5	6
t _{Aj}	3	2	Y	7	8	6
t _{Bj}	6	9	5	1	2	7

- עלות הפעלת 2 המכונות היא כ-1000 ש"ח לשעת עבודה. עלות זו אינה תלויה במספר המכונות העובדות בו זמנית, ומחושבת מתחילת פעולת המערכת ועד תום כלל העיבוד.
- א. עבור $Y=10$, מהי עלות הייצור המינימאלית לסט ג'ובים זה? מהו הסידור המתקבל? הצג את הסידור ואת מועדי סיום עיבוד כל ג'וב בכל מכונה.
- ב. עבור אילו ערכים של Y סידור הג'ובים אשר התקבל בסעיף הקודם נותר ללא שינוי (בפתרון האופטימאלי)?
- 2 הסעיפים הבאים מתייחסים למקרה בו $Y=10$.
- ג. כעת נודע שניתן לקצר את Y בשלוש יחידות לכל היותר, עלות קיצור היחידה ה- i הוא $(1250-100i)$. (למשל עלות קיצור מ $Y=9$ ל $Y=8$ תעלה כ-1050 ש"ח) בכמה יחידות תחליט לקצר את Y ?
- ד. ללא קשר לסעיף הקודם. כעת נודע שניתן לקצר את Y בשש יחידות לכל היותר, עלות קיצור כל יחידה היא 900 ש"ח. בכמה תבחר לקצר?

פתרון:

- א. ברור כי עלינו למזער את זמן סיום הג'וב האחרון (C_{max}), לפיכך נפתור את הבעיה ע"י אלגוריתם ג'ונסון.
- $S1: \{1,2,6\}$ SPT(t_{Aj}): $2 \rightarrow 1 \rightarrow 6$
- $S2: \{3,4,5\}$ LPT(t_{Bj}): $3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$

הסידור המתקבל:

	2	1	6	3	5	4
C_{Aj}	2	5	11	21	29	36
C_{Bj}	11	17	24	29	31	37

- העלות המתקבלת 37000 ש"ח.
- ב. בכדי שהסידור לא ישתנה ייתכנו שני מקרים:
- ג'וב 3 יישאר בקבוצה $S2 - Y > 5$, במקרה זה ג'וב 3 יישאר רביעי בסידור האופטימאלי (ללא תלות נוספת בערך Y).
 - ג'וב 3 יעבור לקבוצה $S1$ וישובץ אחרון בתוך קבוצה זו- במקרה וג'וב 3 נמצא בקבוצה $S2$ אזי מתקיים $Y \leq 5$, בכדי שג'וב 3 ישובץ אחרון בקבוצה $S2$ צריך להתקיים $Y > 6$. ולכן מקרה זה אינו אפשרי.
- לפיכך קיבלנו כי עבור $Y > 5$ סידור הג'ובים אשר התקבל בסעיף הקודם נותר ללא שינוי. כמו כן עבור $5= Y$ ישנם שני סידורים אפשריים ואחד מהם זהה לזה שקיבלנו בסעיף הקודם.
- תחום הערכים המתקבל: $Y \geq 5$
- ג. עלות הקיצור מ $Y=10$ ל $Y=9$ היא 1150 ש"ח. עלות הקיצור מ $Y=9$ ל $Y=8$ היא 1050 ש"ח.
- עלות הקיצור מ $Y=8$ ל $Y=7$ היא 950 ש"ח. עלות קיצור יחידה אחת או שני יחידות כלל לא משתלמת

הואיל ועלות הקיצור גדולה מעלות הפעלת המכונות. קיצור היחידה השלישית עצמה קטן מ 950 ש"ח אבל בכדי להגיע לקיצור זה יש לקצר קודם את היחידה הראשונה והשנייה ועלות הקיצור הכוללת לשלושת היחידות גדול מ 3000 ולכן גם מקרה זה אין אנו צריכים לבחון. כלומר לא נקצר כלל את Y. ד. בסעיף ב קיבלנו כי כל עוד Y גדול שווה ל- 5 הסידור נשאר זהה. נמצא את זמן הסיום כתלות ב Y (שידוע ש $Y > 5$).

	2	1	6	3	5	4
t_{Aj}	2	3	6	Y	8	7
t_{Bj}	9	6	7	5	2	1
C_{Aj}	2	5	11	$11+Y$	$19+Y$	$26+Y$
C_{Bj}	11	17	24	$\text{Max}\{11+Y,24\}+5=29$	$\text{Max}\{19+Y,29\}+2=31$	$\text{Max}\{26+Y,31\}+1=\text{Max}\{27+Y,32\}$

וקיבלנו כי $C_{max} = \text{Max}\{27+Y,32\}$. קיצור ביחידת זמן עולה כ-900 ש"ח ולכן כל עוד קיצור Y מקצר את זמן פעולת המערכת נבחר בקיצור זה. כלומר נקצר לפי $27+Y \geq 32$ ולכן נקצר ב-5 יחידות. העלויות המתקבלות עבור קיצור זה $TC=32000+5*900=36500$ ש"ח. כעת נבחן האם כדאי לבצע קיצור ב 6 יחידות, כלומר $Y=4$ הסידור המתקבל:

	2	1	3	6	5	4
t_{Aj}	2	3	4	6	8	7
t_{Bj}	9	6	5	7	2	1
C_{Aj}	2	5	9	15	23	30
C_{Bj}	11	17	22	29	31	32

קיבלנו כי עלויות הקיצור עלו וזמן פעולת המערכת נותר ללא שינוי (ביחס למצב בו אנו מקצרים את Y בחמש יחידות) ולפיכך קיצור זה אינו כדאי.

נקצר את זמן העיבוד ב- 5 יחידות, העלויות המתקבלות הן 36500 ש"ח.